

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.Б.09.02 МАТЕМАТИКА

---

Тензорный анализ

---

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

03.03.02 ФИЗИКА

---

Направленность (профиль)

03.03.02.07 Биохимическая физика

---

Форма обучения

очная

---

Год набора

2020

---

Красноярск 2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

к.ф.-м.н., доцент, С.Ф.Тегай

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс "Тензорный анализ" направлен на формирование представлений и навыков работы с математическими объектами тензорного характера, которые составляют основу инвариантного математического аппарата, широко используемого в теоретической физике (теоретической механике, электродинамике, квантовой механике). К вопросам, составляющим основное содержание курса, относятся: скалярные и векторные поля, теоремы Грина, Остроградского - Гаусса. Стокса, градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа, основные операции векторного анализа в криволинейных координатах, потенциальные и соленоидальные поля, полилинейные функции векторного аргумента, преобразование координат тензора при изменении базиса линейного пространства.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Ознакомление с фундаментальными методами тензорного анализа. Тензорный анализ является основой для изучения других математических курсов, дает необходимый математический аппарат для изложения инженерно-физических дисциплин.

Студент должен знать следующие понятия и свойства: скалярные и векторные поля, теоремы Грина, Остроградского, Стокса; градиент, дивергенцию, ротор, оператор Лапласа, основные операции векторного анализа в криволинейных координатах, векторные поля, функции векторного аргумента, тензоры, преобразование координат тензора при изменении базиса линейного пространства. Студент должен понимать основные определения векторного и тензорного анализа, уметь доказывать основные теоремы курса.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</b>	
ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости	определения скалярного и векторного полей аффинные тензоры тензорные поля решать задачи на определения скалярного и векторного полей решать задачи на аффинные тензоры решать задачи на тензорные поля методами решения задач на определения скалярного и векторного полей методами работы с аффинными тензорами методами решения задач на тензорные поля

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад. час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1 (36)</b>	
занятия лекционного типа	0,5 (18)	
практические занятия	0,5 (18)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>1 (36)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Скалярные и векторные поля</b>									
	1. Вектор-функция скалярного аргумента. Дифференцирование вектора по скалярному аргументу. Формулы дифференцирования. Интегрирование по скалярному аргументу. Скалярное поле. Производная по направлению и градиент. Оператор «набла». Нахождение градиента функции, заданной в зависимости от радиус-вектора. Интегральная формула градиента.	2							
	2. Векторное поле. Векторные линии. Производная вектора по направлению. Градиент одного вектора по другому. Поток. Различные способы вычисления потока. Дивергенция. Определение дивергенции и ее физический смысл. Нахождение дивергенции. Теорема Остроградского в векторной форме. Свойства дивергенции. Дивергенция поля скорости жидкости. Уравнение неразрывности.	2							

3. Ротор. Векторная формулировка теоремы Стокса. Свойства ротора. Линейный интеграл вектора. Линейный интеграл градиента. Циркуляция. Различные векторные поля. Потенциальное поле. Формулы Грина. Скалярный потенциал. Соленоидальное поле. Векторный потенциал. Лапласово поле. Гармонические функции. Задачи Дирихле и Неймана. Основная теорема векторного анализа. Уравнения Максвелла.	2							
4. Векторные функции скалярного аргумента. Скалярное поле.			2					
5. Векторное поле. Векторные линии. Производная вектора по направлению. Градиент одного вектора по другому. Поток. Различные способы вычисления потока. Дивергенция. Определение дивергенции и ее физический смысл. Нахождение дивергенции. Теорема Остроградского в векторной форме. Свойства дивергенции. Дивергенция поля скорости жидкости. Уравнение неразрывности.			2					
6. Ротор. Векторная формулировка теоремы Стокса. Свойства ротора. Линейный интеграл вектора. Линейный интеграл градиента. Циркуляция. Различные векторные поля. Потенциальное поле. Формулы Грина. Скалярный потенциал. Соленоидальное поле. Векторный потенциал. Лапласово поле. Гармонические функции. Задачи Дирихле и Неймана. Основная теорема векторного анализа. Уравнения Максвелла.			2					
7.							12	
<b>2. Аффинные тензоры</b>								

1. Тензоры и операции над ними. Закон преобразования компонент. Линейное пространство тензоров. Тензорное произведение. Свёртка. Признак тензора. Транспонирование, симметрирование, альтернирование.	2							
2. Тензоры в евклидовом пространстве. Метрический тензор. Поднятие и опускание индексов. Дискриминантный тензор. Структурный тензор. Евклидовы тензоры. Векторное произведение. Структурные константы. Двойное векторное произведение. Связь структурного и метрического тензоров. Дискриминантный тензор и векторное произведение. Тензор инерции.	2							
3. Тензоры и операции над ними. Закон преобразования компонент. Линейное пространство тензоров. Тензорное произведение. Свёртка. Признак тензора. Транспонирование, симметрирование, альтернирование. Тензорная алгебра линейного пространства. Линейное пространство тензоров. Тензорное произведение. Свёртка. Признак тензора. Транспонирование, симметрирование, альтернирование.			2					
4. Тензоры в евклидовом пространстве. Метрический тензор. Поднятие и опускание индексов. Дискриминантный тензор. Структурный тензор. Евклидовы тензоры. Векторное произведение. Структурные константы. Двойное векторное произведение. Связь структурного и метрического тензоров. Дискриминантный тензор и векторное произведение. Тензор инерции.			2					
5.							8	
<b>3. Тензорные поля</b>								

1. Тензорные поля. Абсолютная производная тензорного поля. Абсолютное дифференцирование скалярного поля и градиент. Абсолютная производная векторного поля как линейный оператор. Дивергенция и ротор как свертки. Абсолютная производная тензора по тензору.	2							
2. Криволинейные координаты. Матрица Якоби. Локальный базис. Матрица Грамма локального базиса. Замена криволинейных координат. Связь локальных базисов. Преобразование координат вектора. Преобразование матрицы Грамма. Общее понятие тензорного поля в криволинейных координатах. Выражение основных операций векторного анализа в криволинейных координатах. Длина кривой в криволинейных координатах. Понятие римановой метрики в области евклидова пространства.	2							
3. Ковариантное дифференцирование. Ковариантное дифференцирование векторного поля. Символы Кристоффеля и их преобразование при замене координат. Ковариантное дифференцирование тензоров произвольного типа.	2							
4. Тензорные функции тензорных аргументов, их характеристика на языке функциональных уравнений.	2							
5. Тензорные поля. Абсолютная производная тензорного поля. Абсолютное дифференцирование скалярного поля и градиент. Абсолютная производная векторного поля как линейный оператор. Дивергенция и ротор как свертки. Абсолютная производная тензора по тензору.			2					

6. Криволинейные координаты. Матрица Якоби. Локальный базис. Матрица Грамма локального базиса. Замена криволинейных координат. Связь локальных базисов. Преобразование координат вектора. Преобразование матрицы Грамма. Общее понятие тензорного поля в криволинейных координатах. Выражение основных операций векторного анализа в криволинейных координатах.			4					
7. Ковариантное дифференцирование. Ковариантное дифференцирование векторного поля. Символы Кристоффеля и их преобразование при замене координат. Ковариантное дифференцирование тензоров произвольного типа.			2					
8.							16	
Всего	18		18				36	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Белоусов Ю. М., Кузнецов В. П., Смилга В. П. Практическая математика.: руководство для начинающих изучать теоретическую физику(Долгопрудный: Интеллект).
2. Остыловский А. Н. Тензоры: учеб. пособие для студентов вузов (Красноярск: СФУ).
3. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ: монография (Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
4. Остыловский А. Н. Аналитическая геометрия: учебное пособие для студентов вузов по направлению подготовки 010100 Математика (Красноярск: СФУ).
5. Остыловский А. Н. Тензоры: учебное пособие для студентов вузов по направлениям и специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" "Механика"(Красноярск: Информационно-полиграфический комплекс [ИПК] СФУ).
6. Проворова О. Г., Компаниец Л. А., Родионов А. А., Степаненко В. А., Остыловский А. Н., Кнауб Л. В., Басканова Т. Ф., Садовский М. Г., Дураков Е. Б., Литвинов П. С., Ультан В. Е., Чешель А. А., Силаева А. Е., Мыльников А. Л., Михалкин Е. Н., Вяткин А. В., Кузоватова Н. В., Двинский А. Л., Захаржевская С. Г., Колпакова Н. А., Анферов П. И., Колмакова Н. Р., Буров А. Е., Киреев И. В. Математика - 3: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Программный продукт не используется

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. ИСС не используются

### **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

### **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Занятия проводятся в учебных аудиториях для занятий лекционного типа и занятий семинарского типа. Аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.